ПРИЛОЖЕНИЕ А
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Исследование операций и методы оптимизации»

1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

Код контролируемой компетенции	Способ оценивания	Оценочное средство
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Экзамен	Комплект контролирующих материалов для экзамена
ОПК-6: Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	Экзамен	Комплект контролирующих материалов для экзамена

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций » рабочей программы дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» используется 100-балльная шкала.

Критерий	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по традиционной шкале
Студент освоил изучаемый материал (основной и дополнительный), системно и грамотно излагает его, осуществляет полное и правильное выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций, способен ответить на дополнительные вопросы.	75-100	*Отлично*
Студент освоил изучаемый материал, осуществляет выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций с непринципиальными ошибками.	50-74	*Хорошо*
Студент демонстрирует освоение только основного материала, при выполнении заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций допускает отдельные ошибки, не способен систематизировать материал и делать	25-49	*Удовлетворительно*

выводы.		
Студент не освоил основное содержание изучаемого материала, задания в соответствии с индикаторами достижения компетенций не выполнены или выполнены неверно.	<25	*Неудовлетворительно*

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами

1.Индикаторы по дисциплине "Исследование операций и методы оптимизации"

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач
	ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные и/или общеинженерные знания для решения задач
ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1 Применяет математические модели при решении задач

Индикаторы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации»

Код Компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1.	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач
		ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и/или общеинженерные знания для решения задач
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1. Применяет математические модели при решении задач

Примеры заданий для проверки сформированности компетенций по индикаторам дисциплины

ОПК-1.1. Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Исходные данные:

Коммерческое предприятие торгует однородным товаром, который закупает у поставщика. Цена закупки – 500 рублей (за единицу товара), цена реализации – 600 рублей. Среднесуточный спрос составляет 40 единиц. В году 250 рабочих дней, то есть годовой спрос равен 10000. Затраты на доставку партии товара от поставщика составляют 6000 рублей (независимо от размера доставляемой партии). Издержки хранения единицы товара в течение года составляют 200 рублей.

Задача:

Построить математическую модель и определить с ее помощью оптимальную партию закупки товара у поставщика.

Решение:

1. Определяем управляемые переменные задачи: **x –** размер партии поставки товара (единиц товара) ;

2. Определяем показатель эффективности **Y**:

Основным показателем эффективности для коммерческой организации является «Прибыль», представляющая собой разницу между «Выручкой от реализации» и

«Затратами» за определенный период. В качестве периода возьмем «год». В данной задаче выручка за год является константой, поэтому в качестве показателя эффективности **Y** можно взять **«Суммарные годовые затраты на доставку и хранение товара»**. Цель задачи – минимизация выбранного показателя эффективности.

3. Определяем постоянные параметры

В данной задаче постоянными параметрами являются «Годовой объем продаж» (равен годовому спросу на продукцию), «Затраты на доставку партии товара», «Издержки хранения единицы товара в течение года»

4. Строим математическую модель процесса, то есть устанавливаем зависимость между показателем эффективности Y, управляемой переменной X и постоянными параметрами:

$$Y = (10000/x)*6000 + (x/2)*200 \rightarrow \min$$
$$0 < X \le 10000$$

В построенной модели **(10000/ x)*6000 –** годовые затраты на доставку товара ;

(x/2)*200 – годовые издержки хранения товара.

5. Находим оптимальный размер партии поставки

Анализ функции **Y(X)** показывает, что в области допустимых значений X она является непрерывной дифференцируемой функцией. Из курса высшей математики известно, что необходимым условием экстремума такой функции является равенство нулю ее первой производной. В результате получаем уравнение:

$$-10000*6000/X^2 + 100 = 0$$

Решая уравнение получаем оптимальное значение $X=\sqrt{600000} = 774,6$

Суммарные годовые издержки (значение показателя эффективности Y) при этом составят **(10000/ 774,6)*6000 + (774,6/2)*200 = 154920 рублей**

Анализируя условия задачи и принимая во внимание тот факт, что суточный спрос равен 40 единицам, данное решение может быть скорректировано до величины, кратной 40. В этом случае оно составит 760, то есть следует завозить товар в течение года с интервалом в 19 рабочих дней в количестве 760 единиц. Суммарные годовые издержки при этом составят **(10000/ 760)*6000 + (760/2)*200 = 154947 рублей.**

Соответственно годовая прибыль составит: (600-500)*10000 – 154947 = 845053 руб.

ОПК-1.1. Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Исходные данные:

Для строительства садовых домиков подрядчику требуется 300 брусков заданного сечения длиной по 2,5 метра и 350 брусков такого же сечения по 1,5 метра. На складе деревообрабатывающего завода имеются бруски требуемого сечения длиной по 6 и 4 метра. Цена 6-метрового бруска – 150 рублей, 4-метрового -90 рублей. Цена одного распила бруска – 10 рублей.

Задача:

Сколько и каких брусков следует купить и как их распилить, чтобы общие затраты на покупку и распил брусков были минимальными?

1.Определяем множество управляемых переменных задачи $\dot{X}$ $(x1, x2,\dots,x_n)$:

В данной задаче управляемыми переменными являются варианты распила исходных брусков длиной 6 и 4 метра на требуемые бруски по 2,5 и 1,5 метра.

Варианты распила 6-метрового бруса на требуемые бруски: 1) 2,5+2,5 (2 распила) 2) 2,5+1,5+1,5 (три распила) 3)1,5+1,5+1,5+1,5 (3 распила);

Варианты распила 4-метрового бруса на требуемые бруски: 1) 2,5 (один распил) 2)1,5+1,5 (два распила)

Обозначим: X1 – количество 6-метровых брусков, распиленных первым способом, X2- количество 6-метровых брусков, распиленных вторым способом, X3 - количество 6-метровых брусков, распиленных третьим способом, X4 - количество 4-метровых брусков, распиленных первым способом, X5 - количество 4-метровых брусков, распиленных вторым способом. X1, X2, X3, X4, X5 – управляемые переменные задачи

2. Определяем показатель эффективности **Y**:

Из условий задачи следует, что показателем эффективности являются суммарные затраты на покупку брусков с учетом затрат на их распил. Тогда целевая функция Y имеет следующий вид: **Y= 170*X1+180*X2+180*X3+100*X4+110*X5 → min**

3. Строим математическую модель процесса закупки и распила брусков:

Y= 170*X1+180*X2+180*X3+100*X4+110*X5 → min

2*X1+1*X2+1*X4 ≥ 300 (1)

2*X2+4*X3+2*X5 ≥ 350 (2)

Ограничение (1) обеспечивает приобретение не менее 300 брусков по 2,5 метра, а ограничение (2) – не менее 350 брусков по 1,5 метра.

4. Находим оптимальное решение задачи

Анализируя построенную математическую модель видим, что она является моделью целочисленного линейного программирования. Для решения используем Онлайн-калькулятор **math.semestr.ru**, метод Гомори для решения задач целочисленного линейного программирования.

Получаем решение: **X1=150, X2=0, X3=87, X4=0, X5=1**, то есть нужно купить всего 237 штук 6-метровых брусков, из которых 150 штук распилить первым способом (2,5+2,5) и 87 третьим способом (1,5+1,5+1,5+1,5), а также купить один 4-метровый брусок, распилив его вторым способом (1,5+1,5).

Суммарные затраты на покупку и распил составят **41 270 рублей**.

ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и/или общеинженерные знания для решения задач

Исходные данные:

Требуется изготовить открытую (то есть без крышки) цилиндрическую бочку заданного объема V из однородного материала с одинаковой толщиной днища и боковой поверхности.

Задача:

Найти соотношение между радиусом **R** и высотой **H** бочки такое, при котором бочка будет иметь наименьшую массу.

1.Управляемые переменные задачи: **R** – радиус основания бочки; **H** -высота бочки.

2.Определяем показатель эффективности.

Из условия задачи следует, что показателем эффективности является масса бочки (при заданном ее объеме, равном V).

Из курса физики известно, что масса предмета, изготовленного из однородного материала, равна произведению плотности данного материала на объем предмета. Плотность материала может измеряться в кГ/м^3, кГ/дм^3, г/ см^3 и т.д. Например, если бочка изготовлена из железа, то ее масса будет равна 7,9 кГ/дм^3 × О, где О – объем материала бочки, измеренный в дм^3. Поскольку в нашем случае толщина материала, из которого изготовлено днище и боковая поверхность бочки, одинакова, объем материала, израсходованного на изготовление бочки, равен полной поверхности бочки умноженной на константу (толщину материала). Таким образом, в качестве показателя эффективности Y можно взять полную площадь поверхности бочки: $Y = S_{осн} + S_{бок.пов.}$, где $S_{осн}$ – площадь основания, $S_{бок.пов.}$- площадь боковой поверхности.

3. Определение постоянных параметров задачи. В нашем случае это объем бочки **V.**

4.Построение математической модели:

$$\mathbf{Y = \pi R^2 + 2\pi RH \rightarrow min \quad (1)}$$

$$\mathbf{\pi R^2 H = V \qquad (2)}$$

4. Нахождение оптимального решения

Выразим одну из управляемых переменных через другую, используя ограничение (2): $\mathbf{H = V/ \pi R^2}$ и подставим выражение для H в функцию цели (1):

$$\mathbf{Y = \pi R^2 + 2\pi RV/ \pi R^2 = \ \pi R^2 + 2V/ R}$$

Анализ функции **Y(R)** показывает, что в области допустимых значений **R** она является непрерывной дифференцируемой функцией. Из курса высшей математики известно, что необходимым условием экстремума такой функции является равенство нулю ее первой производной. В результате получаем уравнение:

$\mathbf{2\pi R - 2V/ R^2 = 0}$**,** откуда получаем $\mathbf{R^3 = V/\pi}$ **,** $\mathbf{R^2 = V/ R\, \pi}$

Соответственно $\mathbf{H= V/ \pi R^2 = V/(\pi(V/ R\, \pi)) = R.}$

Таким образом, минимальная масса цилиндрической бочки будет при соотношении R и H 1/1, то есть при R = H.

ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и/или общеинженерные знания для решения задач

Исходные данные:

В регионе имеется три предприятия, загрязняющие атмосферу выбросами вредных веществ. На планируемый год на каждом из предприятий сформирован бюджет, который может быть направлен на улучшение экологической обстановки, также сформирован региональный фонд, из которого могут дотироваться экологические программы предприятий.

Задача:

Используя знания, полученные при изучении естественно-научных дисциплин «Безопасность жизнедеятельности» и «Математика», разработать математическую модель формирования региональной экологической программы на планируемый год, считая, что экологические бюджеты предприятий составляют соответственно C1, C2, C3 тыс. руб., региональные дотации на экологические программы (на все три предприятия) равны S тыс. рублей.

1.Анализ исходных данных.

Из курса БЖД известно, что содержание вредных веществ в атмосфере определяется их концентрацией, выражаемой в мг/м^3.

Максимальная концентрация вредных веществ, не оказывающая влияния на здоровье человека, называется предельно допустимой концентрацией (ПДК).

Каждому вредному веществу присвоен класс опасности, от 1 до 4 (1 – чрезвычайно опасные; 2 – высокоопасные; 3 – умеренно опасные; 4 – малоопасные).

Обозначим $B_1, B_2, \ldots, B_n$ - вредные вещества, по которым в отчетном году уровень среднесуточной концентрации превышал уровень их ПДК, соответственно фактический уровень концентрации по этим веществам в отчетном году обозначим как $R_1, R_2, \ldots, R_n$, предельно допустимые уровни концентрации данных веществ в атмосфере обозначим как $ПДК_1$, $ПДК_2, \ldots, ПДК_n$, при этом для любого i: $R_i > ПДК_i$

Пусть предприятиями совместно с региональными структурами, отвечающими за экологическую безопасность, разработано m возможных мероприятий по уменьшению выбросов вредных веществ в атмосферу. По каждому j-ому мероприятию определены:

Zk,j – затраты на реализацию мероприятия j по предприятию k. Если предприятие k не задействовано в мероприятии j, Zk,j =0

$\Delta R_{i,j}$ – снижение среднесуточной концентрации вещества i в результате реализации мероприятия j.

2. Построение математической модели

При построении математической модели будем обозначать индексом i номер вредного вещества (i=1,2,…,n); индексом j – номер мероприятия по снижению выбросов вредных веществ в атмосферу (j=1,2,…,m); индексом k –номер предприятия (k =1,2,3).

Управляемые переменные модели:

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{если мероприятие j включается в годовой план} \\ 0, & \text{если мероприятие j не включается в годовой план} \end{cases} \quad 2,\ldots,m)$$

Dk – сумма средств регионального бюджета, выделяемая предприятию k (k=1,2,3)

Дополнительно обозначим: Ki – класс опасности вредного вещества i.

Математическая модель:

$$\sum_i (1/Ki) \sum_j Xj\Delta R_{i,j} \rightarrow \max \qquad (1)$$

$$\sum_i (Ri - \sum_j (Xj\ \Delta Ri,j)/\ ПДКi \leq 1 \qquad (2)$$

$$\sum_j Zk,j \leq Ck + Dk \quad , \quad k=1,2,3 \qquad (3)$$

$$\sum_k Dk \le S \qquad (4)$$

3. Анализ построенной модели

Получили линейную, частично целочисленную модель, которая может быть решена стандартными методами (например, с использованием метода Гомори).

Функция цели (1) обеспечивает максимизацию суммарного уменьшения концентрации вредных веществ с учетом весовых коэффициентов. Вещества класса опасности 1 (особо опасные) имеют весовой коэффициент 1, класса опасности 2 – весовой коэффициент ½ , класса опасности 3- весовой коэффициент 1/3 и класса опасности 4 – ¼.

Ограничение (2) обеспечивает известное из курса БЖД условие:

При одновременном присутствии в воздухе нескольких вредных веществ, должно соблюдаться следующее неравенство:

$R_1/ПДК_1 + R_2/ПДК_2 + \ldots + R_n/ПДК_n \le 1$,где R_1, R_2,…, R_n - фактические концентрации вредных веществ; $ПДК_1$, $ПДК_{2,\ldots,}ПДК_n$ соответствующие предельно допустимые концентрации, установленные для их изолированного присутствия.

Ограничение (3) учитывает ограниченность ресурсов, которое может использовать для проведения экологических мероприятий каждое из предприятий региона.

Ограничение (4) учитывает ограниченность регионального бюджета.

Следует оговориться, что ограничение (2) может оказаться невыполнимым, то есть совокупного бюджета на экологические мероприятия будет недостаточно, чтобы условие (2) выполнялось. В этом случае можно последовательно с выбранным шагом увеличивать значение правой части ограничения (2), пробуя каждый раз получить оптимальное решение по модели (1)-(4), до тех пор, пока ограничение (2) не будет выполняться.

Пусть выполнение ограничения (2) произошло при значении правой части, равной (1+d). Тогда величина (d*100) показывает на сколько процентов в целом в течение планируемого года будет превышена среднесуточная норма концентрации опасных веществ в воздухе данного населенного пункта.

ОПК-6.1. Применяет математические модели при решении задач

Исходные данные:

Цех выпускает три вида изделий, причем суточная программа выпуска составляет 90 единиц изделия 1, 70 – изделия 2, 60 – изделия 3. Производственные возможности цеха характеризуются следующими данными: суточный фонд работы оборудования – 780 часов, суточный расход сырья – 850 т, суточный расход электроэнергии -790 кВт-ч. Нормы затрат производственных ресурсов на единицу изделий приведены в таблице

Ресурсы	Нормы затрат на единицу изделия		
	Изд. 1	Изд.2	Изд.3
Оборудование (час)	2	3	4
Сырье (т)	1	4	5
Электроэнергия (кВт-ч)	3	4	2

Оптовая цена изделия 1 равна 8 у.е., изделия 2 – 7 у.е., изделия 3 – 6 у.е.

Задача:

Составить математическую модель для формирования плана производства, обеспечивающего максимальный доход от реализации изделий, выпущенных сверх суточной программы выпуска изделий.

1. Определяем управляемые переменные модели:

X1- сверхплановый суточный выпуск изделия 1,   X2 - сверхплановый суточный выпуск изделия 2,   X3 - сверхплановый суточный выпуск изделия 3.

2. Определяем показатель эффективности Y. Очевидно, что по условиям задачи Y – суточный доход от сверхпланового выпуска изделий, который необходимо максимизировать.

3. Постоянные переменные задачи: нормы расхода ресурсов на единицу изделий, суточные лимиты ресурсов, оптовые цены изделий, суточная программа выпуска по каждому изделию.

4. Построение математической модели.

4.1. Вначале определим расход ресурсов на плановый выпуск изделий:

Расход оборудования: 2*90+3*70+4*60 = 630 (часов). Остаток фонда оборудования после выполнения суточного плана 780-630 =**150** часов

Расход сырья: 1*90+4*70+5*60 = 670 (т). Остаток сырья после выполнения суточного плана 850-670 =**180** часов

Расход электроэнергии: 3*90+4*70+2*60 = 670 (квт.ч). Остаток электроэнергии после выполнения суточного плана 790-670 =**130** часов

4.2. Математическая модель:

$$8 \cdot X1 + 7 \cdot X2 + 6 \cdot X3 \rightarrow \max$$

$2 \cdot X1+3 \cdot X2+4 \cdot X3 \le 150$ (ограничение по использованию оборудования)

$1 \cdot X1+4 \cdot X2+5 \cdot X3 \le 180$ (ограничение по использованию сырья)

$3 \cdot X1+4 \cdot X2+2 \cdot X3 \le 130$ (ограничение по использованию электроэнергии)

В итоге сформирована линейная модель, которая может быть решена с использованием симплекс-метода.

ОПК-6.1. Применяет математические модели при решении задач

Исходные данные:

Фермер имеет возможность выращивать две культуры: А и Б. Урожайность культур, и соответственно доход (прибыль) фермера зависит от погодных условий, которых может быть три: 1-засушливое лето, 2-нормальное лето, 3- дождливое лето. В таблице указана прибыль (млн. руб.), которую может получить фермер, в зависимости от того, что он будет выращивать и какая будет погода. Например, если все свои посевные площади он засеет культурой «А», а лето окажется «нормальным», его прибыль составит 5 млн. руб.

Стратегии фермера	Состояния природы		
	Засушливое лето	Нормальное лето	Дождливое лето
Выращивать культуру А	8	5	3
Выращивать культуру Б	2	3	6

Задача

Какие математические модели и как можно использовать для получения ответа на вопрос: «В какой пропорции следует выращивать культуры и какова при этом будет гарантированная прибыль фермера?»

1.Анализ исходных данных задачи.

В этой задаче мы имеем дело с «Играми с природой». Приведенная выше таблица является платежной матрицей «игры фермера с природой».

У фермера две чистых стратегии: 1)«Выращивать на всей площади культуру А» и 2) «Выращивать на всей площади культуру «Б».

Показателем эффективности в данной задаче является «Гарантированная прибыль» фермера, то есть такая прибыль, меньше которой он не получит ни при каких условиях.

Очевидно, что среди «чистых стратегиях» оптимальной, с точки зрения гарантированного выигрыша, является стратегия «А». Применяя эту стратегию фермер гарантирует себе прибыль в размере 3 млн. рублей. (При использовании стратегии Б он гарантировал бы прибыль только в 2 млн. рублей.

Однако, из теории игр известно, что максимизация гарантированного выигрыша в общем случае достигается при применении смешанных стратегий.

2. Построение математической модели для нахождения максимального гарантированного выигрыша.

Известно, что модель нахождения оптимальной смешанной стратегии игрока может быть сведена к модели линейного программирования.

Обозначения управляемых переменных: **P1** – вероятность использования игроком стратегии 1 (в нашем случае – эта доля посевных площадей, засеваемых культурой А);

P2 - вероятность использования игроком стратегии 2 (в нашем случае – эта доля посевных площадей, засеваемых культурой Б).

Показатель эффективности: **V** –гарантированный выигрыш игрока (гарантированная прибыль фермера).

Математическая модель:

$$\mathbf{V \to max}$$

$$\mathbf{8*P1+2*P2 - V \geq 0} \qquad \mathbf{(1)}$$

$$\mathbf{5*P1+3*P2 - V \geq 0} \qquad \mathbf{(2)}$$

$$\mathbf{3*P1+6*P2 - V \geq 0} \qquad \mathbf{(3)}$$

$$\mathbf{P1 + P2 = 1} \qquad \mathbf{(4)}$$

В итоге получили линейную модель с 3 неизвестными (P1,P2,V) и 4 ограничениями.

Решив эту модель с помощью симплекс-метода в сервисе «**math.semestr.ru**» поучаем оптимальное решение: **P1= 0,6 ; P2=0,4 ; V = 4,2**

Таким образом 60 процентов посевных площадей следует засеять культурой А, а 40 процентов – культурой Б. При этом, независимо от погодных условий, гарантированная прибыль фермера будет не ниже 4,2 млн. рублей (на 1,2 млн. рублей больше, чем при использовании чистых стратегий).

4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.